

УДК 531+539

В.П. Легеза

ЕФЕКТИВНІСТЬ ВІБРОЗАХИСНОЇ СИСТЕМИ З КОТКОВИМ СЕЙСМОАМОРТИЗАТОРОМ

Вступ

Актуальність проблеми сейсмосахисту будівель і споруд пояснюється, зокрема, постійною наявністю сейсмічної активності в різних районах Землі. Наприклад, одним з останніх руйнівних землетрусів був землетрус у провінції Сичуань (Китай) 12 травня 2008 р. силою 8 балів за шкалою Ріхтера. Він виявився найпотужнішим у цьому районі за останні 32 роки і спричинив значні руйнування з масштабними людськими жертвами.

При землетрусах земна кора постійно піддається напруженням і відповідним деформаціям. Ці напруження виникають у зв'язку з розширенням океанічного дна або океанічної літосфери. Коли деформації досягають певної межі, то кора вже не може їм протистояти, і відбувається її розрив. У свою чергу, переміщення океанічного дна зумовлюють напруження в континентальній корі, яка опирається таким переміщенням, в результаті чого в ній також виникають відповідні деформації. Під час розриву земної кори утворюється поверхня ковзання і накоплені напруження вивільняються, генеруючи при цьому пружні хвилі. Вдоль утвореного розриву весь даний цикл повторюється, віддзеркалюючись на рельєфі земної кори. *Саме тому землетруси є результатом проходження пружних хвиль через земну товщу.*

Проблематика виникнення землетрусів, а також експериментальних досліджень та інструментальних спостережень механічних процесів, які відбуваються при цьому в земній корі, знайшла своє відображення в ряді монографій [1–4]. Результати досліджень динаміки сейсмосахисних систем, в яких містяться сейсмоамортизатори і ізолятори, наведені в публікаціях [5–8]. Після землетрусу в Спітаку в кінці 80-х років ХХ ст. з'явилась оглядова стаття [9] з ґрунтовним аналізом всіх причин руйнування будівель і споруд під час того землетрусу і було запропоновано ряд технічних рішень, які, на думку її автора, змогли б запобігти трагедії.

Широкий спектр праць [10–22] як теоретичного, так і прикладного характеру присвячено вивченню динамічної поведінки механічних систем зв'язаних твердих тіл з коченням куль, циліндрів та роликів по рухомих алгебричних поверхнях несучих тіл.

Постановка задачі

Мета дослідження – побудувати рівняння руху тіл досліджуваної сейсмосахисної системи із врахуванням кінематичних в'язей між ними та оцінити рівень динамічних навантажень на її елементи при зовнішньому кінематичному збудженні, заданому у вигляді (1).

Через те що в даній статті поверхні кочення кулі (циклоїдальні виїмки) є трансцендентними і розглядаються вперше, то запропонована постановка задачі є *новою і актуальною* як з теоретичної, так і з практичної точки зору.

Геометричні і кінематичні співвідношення

Розглянемо динамічну поведінку тримасової механічної системи твердих тіл “несуче тіло з масою m_1 —однорідна куля з масою m_2 —несене тіло з масою m_3 ” під дією зовнішнього кінематичного збудження $X_0(t)$ (рис. 1). Така система моделює функціонування сейсмосахисних опор (сейсмоамортизаторів) між верхньою будовою споруди та її фундаментом у сейсмостійкому будівництві. (Технічне рішення запропонованого для дослідження сейсмоамортизатора захищено патентом України [23].) Рух несучого тіла з масою m_1 відбиває динамічну поведінку фундаменту, на який безпосередньо діє горизонтальне кінематичне (сейсмічне) збудження. Рух несеного тіла з масою m_3 відображає собою динаміку верхньої будови споруди, яка через кульові тіла кочення спирається на фундамент.

Нижня і верхня рухомі опори сейсмоамортизатора мають однакові циклоїдальні поверхні (робочі виїмки), розміщені симетрично вгнутостями одна до одної. Основною частиною таких опорних пристроїв є однорідна куля, яка перекочується по цих циклоїдальних поверхнях нижньої та верхньої рухомих опор *без ковзання*. Дана умова є необхідною через технічну вимогу точного повернення (без накопичення відносних переміщень нижньої і верхньої рухомих опор) у попереднє до сейсмозбудження поло-

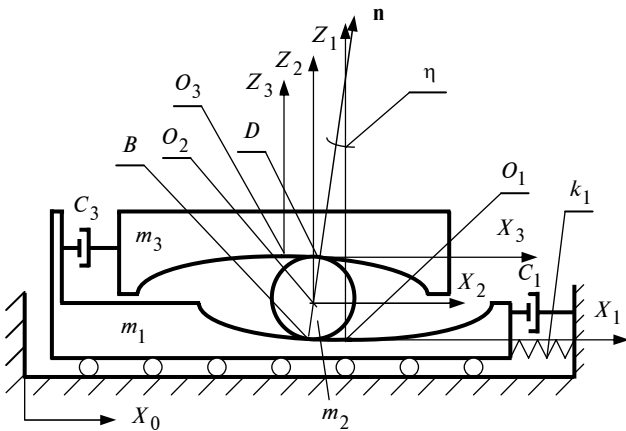


Рис. 1. Принципова схема сейсмозахисної системи, що знаходиться під дією кінематичного збудження $X_0(t) = Q_0 e^{-\xi t} \sin(\omega_3 t)$

ження. При цьому припускається, що верхня опора (верхня будова споруди) рухається поступально, тобто рух верхньої опори цілком визначається рухом однієї з її точок, наприклад точки O_3 .

Зовнішнє кінематичне збудження $X_0(t)$ (пружна хвиля в земній корі), яке діє на несуче тіло, задане у вигляді експоненціально затухаючої синусоїди [24]:

$$X_0(t) = Q_0 e^{-\xi t} \sin(\omega_3 t), \quad (1)$$

де Q_0 — максимальна (початкова) амплітуда зовнішнього кінематичного збудження; ξ — коефіцієнт затухання інтенсивності зовнішнього збудження; ω_3 — кругова частота зовнішнього збудження, яка, за даними сейсмологічних інструментальних досліджень [9] в різних регіонах світу, знаходиться в межах від 2,5 до 30 рад/с.

У процесі проходження кінематичного збудження виникають вимушені коливання сейсмозахисної системи, при цьому опір ґрунту в околі фундаменту описується моделлю у вигляді пружного елемента з жорсткістю k_1 і в'язкого демпфера з коефіцієнтом в'язкого опору C_1 [25].

Основні переваги запропонованого сейсмоамортизатора (порівняно з існуючими [5–9]) полягають в тому, що він завжди повертається в попереднє до сейсмозбудження положення і завжди готовий до належного сприйняття наступного горизонтального поштовху. Крім того (як нижче буде показано), зазначені

вимушені коливання під час їх демпфірування є ізохронними, тобто їх частота не залежить від амплітуди відносного відхилення кулі на нижній циклоїдальній опорі. Ця обставина — важливий фактор у ситуації невизначеності максимальної величини амплітуди зовнішнього кінематичного збудження Q_0 . Вона дає можливість вирішувати питання з належним вибором параметрів сейсмоамортизатора. Іншими словами, якщо б було відомо, що Q_0 — малі, тоді можна було б використовувати і сферичні коткові опори для сейсмозахисту будівель. Проте такої гарантії в загальному випадку ніколи не буває.

Параметричні рівняння циклоїди, при обертанні якої навколо вертикальної осі $O_1 Z_1$ утворюється нижня циклоїдальна поверхня (виїмка), мають такий вигляд:

$$q = R(\theta - \sin \theta) - \pi R, \quad z = R(1 + \cos \theta), \quad 0 < \theta < 2\pi, \quad (2)$$

де R — характеристика циклоїди; θ — параметр циклоїди.

Для досліджуваної сейсмозахисної системи введемо дві узагальнені незалежні координати: x_1 — відхилення центра мас (ЦМ) несучого тіла вдовж осі $O_1 X_1$; θ — параметр циклоїди, який визначає положення кулі на нижній циклоїдальній поверхні (точка B на рис. 1). З (2) випливає, що найнижчій точці O_1 контакту кулі і нижньої опори відповідає параметр $\theta = \pi$.

Векторні рівняння кінематичних в'язей, якими описується явище непроковзування кулі відносно двох циклоїдальних виїмок, мають такий вигляд:

$$\mathbf{V}_2 = \dot{x}_1 \mathbf{i} + \dot{\theta} \mathbf{j} \times r \mathbf{n}, \quad (3)$$

$$\mathbf{V}_3 = \dot{x}_1 \mathbf{i} + 2\dot{\theta} \mathbf{j} \times r \mathbf{n}, \quad (4)$$

де $\mathbf{n} = \left(\cos \frac{\theta}{2}; 0; \sin \frac{\theta}{2} \right)$ — одинична внутрішня нормаль, проведена до нижньої циклоїдальної виїмки в точці B (див. рис. 1); $\dot{\theta}$ — кутова швидкість кулі відносно її ЦМ; r — радіус кулі; $\mathbf{V}_2 = (\dot{x}_2; 0; \dot{z}_2)$ — лінійна швидкість ЦМ кулі; $\mathbf{V}_3 = (\dot{x}_3; 0; \dot{z}_3)$ — лінійна швидкість ЦМ верхньої опори.

Через непроковзування кулі відносно нижньої циклоїдальної виїмки дістанемо таке век-

торне співвідношення для швидкості ЦМ кулі ($\eta = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$ – кут відхилення нормалі \mathbf{n} від вертикальної осі O_1Z_1):

$$\begin{aligned}\dot{\phi} \mathbf{j} \times r \mathbf{n} &= \left(4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right) \dot{\eta} \mathbf{j} \times (-\mathbf{n}) = \\ &= \left(4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right) \left(-\frac{\dot{\theta}}{2} \right) \mathbf{j} \times (-\mathbf{n}) = \\ &= \frac{\dot{\theta}}{2} \left(4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right) \mathbf{j} \times \mathbf{n},\end{aligned}\quad (5)$$

де $\rho(\theta) = 4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ – радіус кривизни циклоїди в точці з координатою θ . В статті розглядаються тільки ті параметри θ і радіуси r кулі, які задовольняють таку нерівність: $4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \geq 0$.

Із врахуванням співвідношення (5) рівняння (3), (4) запишемо у скалярному вигляді:

$$\dot{x}_2 = \dot{x}_1 + \left(2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{2} \right) \dot{\theta} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (6)$$

$$\dot{z}_2 = - \left[2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{2} \right] \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \dot{\theta}, \quad (7)$$

$$\dot{x}_3 = \dot{x}_1 + 2 \left(2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{2} \right) \dot{\theta} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right), \quad (8)$$

$$\dot{z}_3 = - 2 \left[2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{2} \right] \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \dot{\theta}. \quad (9)$$

Динамічні рівняння руху механічної системи

Використовуючи функції Аппеля [10–12] і нехтуючи масою самої кулі (що має місце на практиці), запишемо загальний вираз для енергії прискорень S механічної системи:

$$S = \frac{m_1}{2} \ddot{x}_1^2 + \frac{m_3}{2} (\ddot{x}_3^2 + \ddot{z}_3^2). \quad (10)$$

Далі запишемо вирази для других похідних, які входять до формули (10):

$$\ddot{x}_3 = \ddot{x}_1 + 2 \left[2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{2} \right] \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \ddot{\theta} +$$

$$+ 2 \left[2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{4} \right] \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \dot{\theta}^2, \quad (11)$$

$$\begin{aligned}\ddot{z}_3 &= - 2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{2} \right] \ddot{\theta} - \\ &- 2 \left[R \cos \theta + \frac{r}{4} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \dot{\theta}^2.\end{aligned}\quad (12)$$

Підставимо вирази (11), (12) у формулу (10) для S . Врахуємо тільки ті члени функції S , які залежать від других похідних незалежних узагальнених координат x_1 і θ . В результаті дістанемо нову функцію S^* , яка матиме такий вигляд:

$$\begin{aligned}S^* &= \frac{m_1}{2} \ddot{x}_1^2 + 2m_3 \left[2R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - \frac{r}{2} \right]^2 \ddot{\theta}^2 + \\ &+ m_3 \ddot{x}_1 \ddot{\theta} \left[4R \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \\ &+ 2m_3 \ddot{x}_1 \dot{\theta}^2 \left[R \sin \theta - \frac{r}{4} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] + \\ &+ 4m_3 R \ddot{\theta} \dot{\theta}^2 \left[R \sin \theta - \frac{r}{2} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right].\end{aligned}\quad (13)$$

Далі перейдемо до побудови виразу для суми елементарних робіт δA всіх активних сил, прикладених у відповідних точках механічної системи, на віртуальних переміщеннях цих точок. У загальному вигляді вираз δA для досліджуваної системи запишемо в такий спосіб:

$$\begin{aligned}\delta A &= -[k_1(x_1 - X_0) + C_1(\dot{x}_1 - \dot{X}_0)]\delta x_1 - m_3 g \delta z_3 - \\ &- C_3 \sqrt{(\dot{x}_3 - \dot{x}_1)^2 + \dot{z}_3^2} \sqrt{(\delta x_3 - \delta x_1)^2 + (\delta z_3)^2}.\end{aligned}\quad (14)$$

Використовуючи співвідношення (6)–(9), перетворимо загальний вираз (14) для δA таким чином:

$$\begin{aligned}\delta A &= -[k_1(x_1 - X_0) + C_1(\dot{x}_1 - \dot{X}_0)]\delta x_1 + \\ &+ m_3 g \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right] \delta \theta - \\ &- C_3 \left[4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right]^2 \dot{\theta} \delta \theta.\end{aligned}\quad (15)$$

З іншого боку, вираз для суми елементарних робіт δA через узагальнені сили P_{x_1} і P_θ ,

віднесені до незалежних узагальнених координат x_1 і θ , матиме вигляд

$$\delta A = P_{X_1} \delta x_1 + P_\theta \delta \theta. \quad (16)$$

Із співвідношень (15) і (16) дістанемо узагальнені сили P_{X_1} і P_θ (праві частини рівнянь Аппеля) для досліджуваної механічної системи:

$$P_{X_1} = -[k_1(x_1 - X_0) + C_1(\dot{x}_1 - \dot{X}_0)], \quad (17)$$

$$P_\theta = m_3 g \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \left[4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right] - C_3 \left[4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right]^2 \dot{\theta}. \quad (18)$$

Запишемо рівняння Аппеля в загальній формі:

$$\frac{\partial S^*}{\partial \ddot{x}_1} = P_{X_1}, \quad \frac{\partial S^*}{\partial \ddot{\theta}} = P_\theta. \quad (19)$$

Далі знайдемо частинні похідні для функції (13) відповідно до рівнянь (19) і врахуємо співвідношення (17), (18). В результаті дістанемо систему динамічних рівнянь руху сейсмозахисної системи:

$$\begin{aligned} (m_1 + m_3) \ddot{x}_1 + m_3 \left[4R \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] \ddot{\theta} + \\ + 2m_3 \dot{\theta}^2 \left[R \sin \theta - \frac{r}{4} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \right] = \\ = -[k_1(x_1 - X_0) + C_1(\dot{x}_1 - \dot{X}_0)], \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \left[4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right] \ddot{\theta} + \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \ddot{x}_1 + 2R \dot{\theta}^2 \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) = \\ = g \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) - 2n_0 \left[4R \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) - r \right] \dot{\theta}. \end{aligned} \quad (21)$$

При $x_1(t) \equiv 0$, $n_0 = 0$ і $r/R \rightarrow 0$ (нижня опора не рухається та демпфірування коливань верхньої опори відсутнє) система рівнянь (20)–(21) перетворюється на одне рівняння:

$$\ddot{\theta} + \frac{1}{2} \operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) \dot{\theta}^2 = \frac{g}{4R} \operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right). \quad (22)$$

Після інтегрування рівняння (22) у квадратах дістанемо вирази для частоти і періоду

вільних коливань ЦМ кулі (верхньої опори) у процесі її руху по циклоїдальних виїмках без ковзання:

$$|\dot{\eta}| = 0,5 |\dot{\theta}| = \omega = \sqrt{g/(8R)}, \quad T = 2\pi \sqrt{8R/g}. \quad (23)$$

При встановленні формул (23) не робилось ніяких зауважень відносно малості кута η . Як і очікувалось, при $r/R \rightarrow 0$ з формул (23) визначається частота ω і період T ізохронних коливань верхньої опори сейсмоамортизатора, оскільки вони не містять амплітуди відносного відхилення кулі на нижній циклоїдальній опорі. Вибір параметра циклоїди R (і відповідно частоти ω коливань верхньої будови споруди) слід виконувати в такий спосіб, щоб величина ω була далекою від діапазону власних частот окремих несучих елементів самої споруди та від частоти зовнішнього збудження ω_3 з метою запобігання появі резонансних явищ у системі.

При $r/R \rightarrow 0$ система рівнянь (20), (21) трансформується так:

$$\begin{aligned} (1 + \mu) \ddot{x}_1 + 4R \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \ddot{\theta} = \\ = -2R \sin(\theta) \dot{\theta}^2 - \mu [\omega_0^2 (x_1 - X_0) + 2n_1 (\dot{x}_1 - \dot{X}_0)], \end{aligned} \quad (24)$$

$$\ddot{x}_1 + 4R \ddot{\theta} = \operatorname{ctg}\left(\frac{\theta}{2}\right) (g - 2R \dot{\theta}^2) - 8n_3 R \dot{\theta}, \quad (25)$$

$$\text{де } 2n_1 = \frac{C_1}{m_1}; \quad 2n_3 = \frac{C_3}{m_3}; \quad \mu = \frac{m_1}{m_3}; \quad \omega_0^2 = \frac{k_1}{m_1}.$$

Нижче будуть подані порівняльні результати числового експерименту з метою проведення аналізу динамічної поведінки досліджуваної системи як із сейсмоамортизатором, так і без нього. Для останнього випадку запишемо одне рівняння руху споруди як єдиного цілого “фундамент та верхня будова споруди” при $\theta(t) \equiv \pi$ під дією зовнішнього кінематичного збудження $X_0(t)$:

$$\ddot{x}_1 = -\frac{\mu}{1 + \mu} [\omega_0^2 (x_1 - X_0) + 2n_1 (\dot{x}_1 - \dot{X}_0)]. \quad (26)$$

Результати числового експерименту

Інтегрування системи нелінійних диференціальних рівнянь (24), (25) і порівняльний аналіз динамічної поведінки запропонованої сейсмозахисної системи проводились числовими

методами із залученням сертифікованого пакета прикладних програм "MathCAD".

На етапі проектування сейсмозахисних опор розробників систем сейсмозахисту насамперед цікавлять максимальні значення абсолютних та відносних переміщень верхньої будови споруди (відносно рухомого фундаменту), а також і самого фундаменту, прискорення і рівень демпфірування коливань фундаменту і верхньої будови споруди та інші характеристики реакції споруди на вхідне кінематичне збудження.

Для ілюстрації наведемо деякі результати числового експерименту, проведеного для досліджуваної системи з такими параметрами: $\xi = 0,3$; $R = 4,5$ м; $\omega_3 = 8,0$ рад/с; $\omega_0 = 8,0$ рад/с; $n_1 = 0,5$; $n_3 = 0$; $Q_0 = 0,1$ м; $\mu = 0,15$.

На рис. 2 і 3 наведено графіки переміщення ЦМ верхньої опори відносно ЦМ нижньої опори (фундаменту) і абсолютного переміщення

ЦМ верхньої опори (верхньої будови споруди) в часі T (с), відповідно. З наведених графіків випливає, що максимальне переміщення верхньої опори відносно нижньої не перевищує 0,13 м. При цьому максимальне абсолютне переміщення ЦМ верхньої опори не перевищує 0,007 м. Аналізуючи наведені графіки, слід зробити висновок про те, що рухи фундаменту під верхньою будовою споруди практично не впливають на динамічну поведінку нижньої. Отже, використання запропонованих коткових сейсмоамортизаторів дає можливість "відрізати" вплив зовнішнього кінематичного збудження на динамічну поведінку верхньої будови споруди від рухів фундаменту. При цьому самий фундамент (нижня опора) повністю бере на себе всю енергію горизонтального сейсмічного збудження.

Для порівняння на рис. 4 і 5 наведено графіки зміни в часі T горизонтальних прискорення

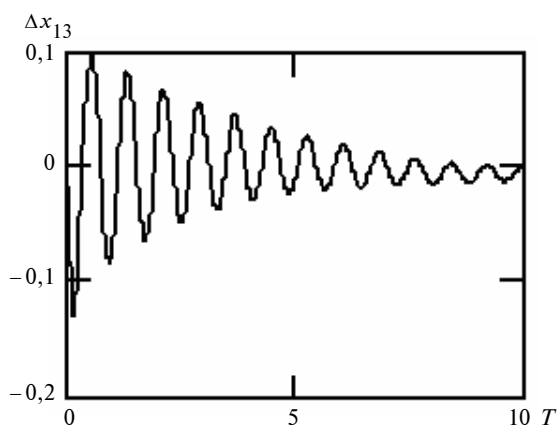


Рис. 2. Графік переміщення ЦМ верхньої опори відносно ЦМ нижньої опори (фундаменту) в часі T

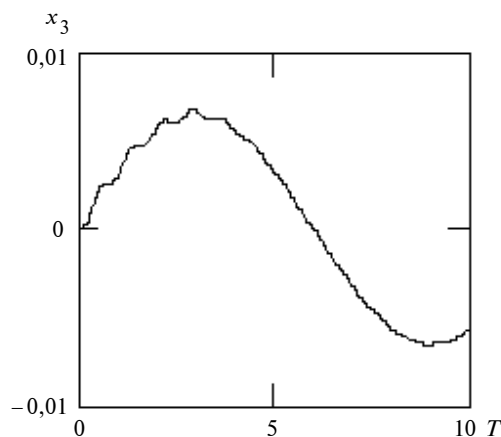


Рис. 3. Графік абсолютного переміщення ЦМ верхньої опори (верхньої будови споруди) в часі T

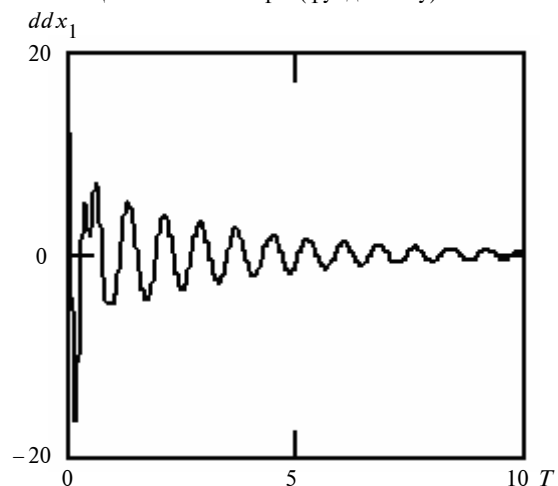


Рис. 4. Графік зміни в часі T горизонтального прискорення ddx_1 ЦМ фундаменту споруди

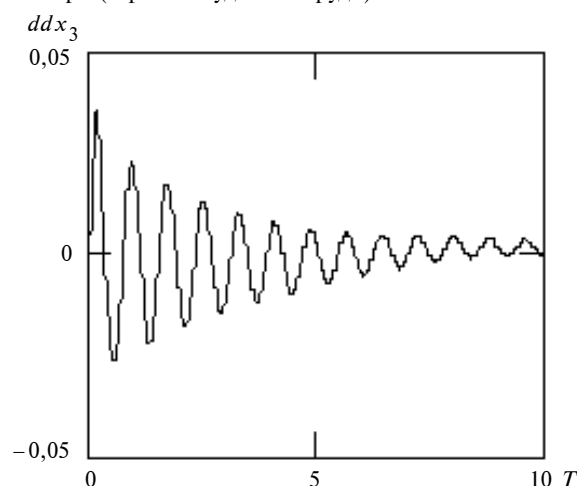


Рис. 5. Графік зміни в часі T горизонтального прискорення ddx_3 ЦМ верхньої будови споруди

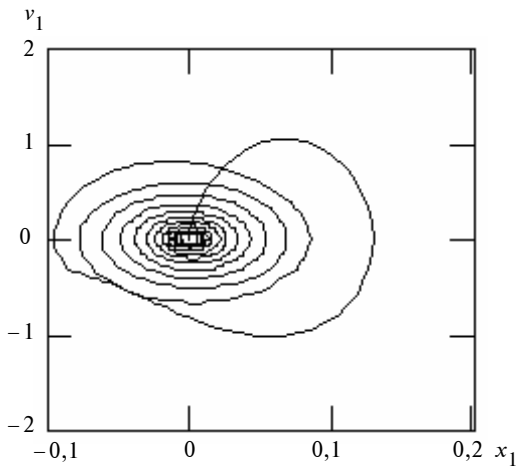


Рис. 6. Фазова траєкторія для ЦМ фундаменту споруди

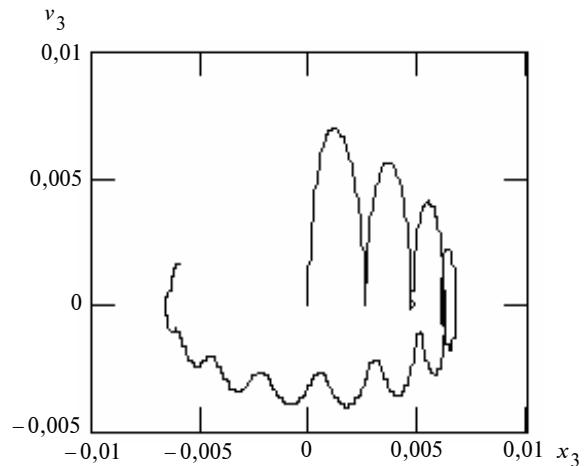


Рис. 7. Фазова траєкторія для ЦМ верхньої будови споруди

рень ddx_1 і ddx_3 ЦМ фундаменту і верхньої будови споруди з використанням запропонованого сейсмоамортизатора. Порівнюючи максимальні значення відповідних горизонтальних прискорень ($16,58 \text{ м/с}^2$ і $0,035 \text{ м/с}^2$), можна зробити висновок, що досліджувані сейсмоамортизатори забезпечують високий рівень сеймозахисту споруд. Цей результат підтверджує існуючі експериментальні дані, наведені в працях [7–9].

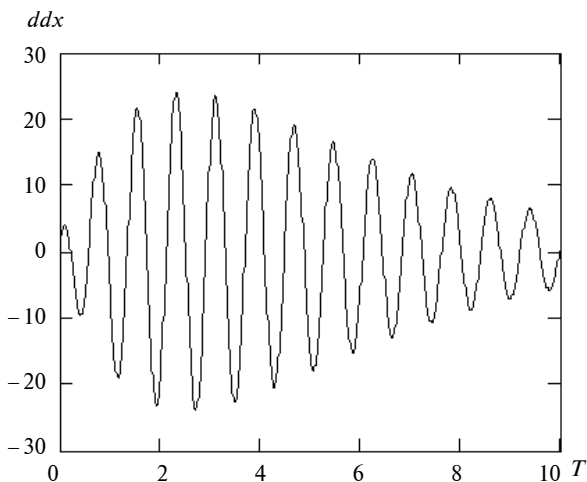
Процес і ступінь затухання вимушених коливань у механічній системі можна оцінити за допомогою побудови та вивчення особливостей фазових траєкторій для окремих її ЦМ. На рис. 6 і 7 показано фазові траєкторії для ЦМ фундаменту і верхньої будови споруди, відповідно. Як впливає з наведених графіків, усі рухи фундаменту і верхньої будови споруди

зосереджені у відповідних обмежених областях своїх фазових площин, що характеризує їх *стійкість*. При цьому різний характер фазових траєкторій ще раз підтверджує незалежність рухів верхньої і нижньої опор сейсмоамортизатора.

На рис. 8 зображено порівняльний графік зміни горизонтальних прискорень ddx ЦМ споруди в часі T для випадку, в якому сейсмоамортизатор не використовується. Він побудований на основі числового інтегрування рівняння (26). У цьому випадку максимальне значення горизонтального прискорення ($23,9 \text{ м/с}^2$) приблизно в 683 рази більше, ніж відповідне прискорення ЦМ верхньої будови споруди ($0,035 \text{ м/с}^2$) при використанні сейсмоамортизатора. Отже, застосування коткових сейсмоамортизаторів дає можливість знизити рівень найнебезпечніших поперечних (горизонтальних) інерційних сил у сотні разів. При цьому максимальний рівень додаткових вертикальних інерційних сил не перевищує величини $0,01 \text{ м/с}^2$. Для такого варіанта сеймозахисту необхідно ставити великі вимоги до міцнісних характеристик фундаментної плити (нижньої опори), яка в основному і сприймає все динамічне навантаження від сейсмозбудження. Тому вигідніше і дешевше належним чином підсилити тільки фундамент споруди (при використанні коткових сейсмоамортизаторів), ніж зміцнювати повністю всю споруду, коли нема сейсмоамортизаторів.

Висновки

У статті вперше виведено диференціальні рівняння руху віброзахисної системи з котковими сейсмоамортизаторами під дією зовніш-

Рис. 8. Графік зміни горизонтальних прискорень ddx ЦМ споруди в часі T при відсутності сейсмоамортизатора

нього кінематичного збудження та визначено оцінку рівня динамічних навантажень на основні елементи споруди – фундаменту та верхньої будови.

Віброзахисна система розглядалась як механічна система твердих тіл із кінематичними в'язями. При побудові динамічних рівнянь руху використано формалізм Аппеля для неголономних систем. На основі знайдених рівнянь руху встановлено формули для частоти і періоду вільних коливань ЦМ кулі в процесі її руху по циклоїдальних виїмках без ковзання. Вони кореспондуються з формулами, встановленими вченими для випадку чистого кочення важких циліндрів та куль у нерухомих циліндричних виїмках, утворених алгебричними поверхнями, з використанням енергетичного методу [26–29].

На основі проведеного числового аналізу знайдених нелінійних диференціальних рівнянь руху досліджуваної віброзахисної системи можна зробити ряд *висновків*.

1. Переміщення фундаменту під верхньою будовою споруди, викликане горизонтальним сейсмозбуренням, при наявності сейсмоамортизаторів практично не впливають на динамічну поведінку самої споруди. Тому використання запропонованих коткових сейсмоамортизаторів дає можливість “відрізати” вплив зовнішнього кінематичного збудження на верхню будову споруди.

2. Переміщення верхньої будови споруди мають затухаючий коливальний характер, при цьому зазначені коливання є *ізохронними*, тоб-

то вони не залежать від амплітуди відносного відхилення кулі на нижній циклоїдальній опорі. Частота і період цих коливань залежать тільки від величини параметра циклоїди R , при обертанні якої утворюється нижня циклоїдальна виїмка сейсмоамортизатора.

3. Вибір параметра циклоїди R (і, відповідно, частоти ω коливань верхньої будови всієї споруди) слід виконувати в такий спосіб, щоб величина ω була далекою від діапазону власних частот окремих несучих елементів самої споруди та від частоти зовнішнього збудження ω_z з метою запобігання появі резонансних явищ у динамічній системі.

4. Коткові сейсмоамортизатори забезпечують високий рівень віброзахисту споруд. Теоретичні розрахунки засвідчують, що їх застосування дає змогу знизити рівень найнебезпечніших поперечних інерційних сил у сотні разів.

5. Усі переміщення фундаменту і верхньої будови споруди зосереджені у відповідних *обмежених* областях своїх фазових площин, що характеризує їх *стійкість*. При цьому різний характер фазових траєкторій ще раз підкреслює *незалежність* рухів верхньої і нижньої опор сейсмоамортизатора.

6. Результати наведеного дослідження можуть бути використані проектувальниками і розробниками сейсмостійких споруд, а також сейсмоамортизаторів при розробці конструктивних рішень у частині раціонального вибору характеристик їх циклоїдальних поверхонь.

В.П. Лерега

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ВИБРОЗАЩИТНОЙ СИСТЕМЫ С КАТКОВЫМ СЕЙСМОАМОРТИЗАТОРОМ

С использованием подхода Аппеля сформулированы дифференциальные уравнения движения виброзащитной системы с катковыми сейсмоамортизаторами под действием внешнего кинематического возбуждения. Определена оценка уровня динамических нагрузок на основные части сооружения – фундамента и верхнего строения. Применение катковых сейсмоамортизаторов позволяет значительно снизить уровень поперечных (горизонтальных) инерционных сил.

V.P. Legeza

THE EFFICIENCY OF THE VIBRATION ISOLATION SYSTEM WITH ROLLING SEISMIC SHOCK-ABSORBER

Using the Appel's approach, differential equations of the movement of the vibration isolation system with rolling seismic shock-absorbers under the influence of external kinematic excitation were formulated. Moreover, the level of dynamic loading on the main parts of a structure – foundation and upper building – was estimated. The experimental results show that applying the rolling seismic shock-absorbers allows reducing the level of transversal (horizontal) inertia forces.

1. *Касахара К.* Механика землетрясений. — М.: Мир, 1985. — 262 с.
2. *Райс Дж.* Механика очага землетрясения. — М.: Мир, 1982. — 216 с.
3. *Эйби Дж.А.* Землетрясения. — М.: Недра, 1982. — 264 с.
4. *Асада Т., Исибаси К., Матсуда Т. и др.* Методы прогноза землетрясений. Их применение в Японии. — М.: Недра, 1984. — 312 с.
5. *Фролов К.В., Фурман А.Ф.* Прикладная теория виброзащитных систем. — М.: Машиностроение, 1980. — 320 с.
6. *Плахтиенко Н.П.* Нелинейные поступательные колебания твердого тела с гравитационно-фрикционным сейсмоамортизатором // Прикл. механика. — 2003. — **39**, № 9. — С. 121–127.
7. *Tezcan S.S., Civi A.* Vibration Isolators as a Tool to Prevent Earthquake Damage // Proceedings SMIRT. — 1981. — **6**. — Р. 123–132.
8. *Richart F.E., Hall J.R., Woods R.D.* Vibration of Soils and Foundations. — Prentice — Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1970. — 324 p.
9. *Айзенберг Я.* Дом для зыбкой тверди // Наука и жизнь. — 1989. — № 8. — С. 24–33.
10. *Appel P.* Traite de Mecanique Rationnelle. — Paris: Gauthier-Villars, 1953. — 336 p.
11. *Лурье А.И.* Аналитическая механика. — М.: Физматгиз, 1961. — 824 с.
12. *Неймарк Ю.И., Фуфаев Н.А.* Динамика негोलомных систем. — М.: Наука, 1967. — 520 с.
13. *Фуфаев Н.А.* Катание шара по горизонтальной вращающейся плоскости // ПММ. — 1983. — **47**, № 1. — С. 43–47.
14. *Фуфаев Н.А.* Теория движения систем с качением // Там же. — 1985. — **49**, № 1. — С. 56–65.
15. *Фуфаев Н.А.* Катание тяжелого однородного шара по шероховатой сфере, вращающейся вокруг вертикальной оси // Там же. — 1987. — **51**, № 1. — С. 98–101.
16. *Abdelkader M.A.* A Ball Rolling on a Rotating Plan // Z. Angew. Math. and Mech. — 1986. — **66**, N 11. — P. 563–566.
17. *Hermans J.A.* Symmetric Sphera Rolling on a Surface // Nonlinearity. — 1995.— **8**, N 4. — P. 493–515.
18. *Borisov A.V., Mamaev J.S., Kilin A.A.* Rolling of a Ball on a Surface. New Integrals and Hierarchy of Dynamics // Reg. and Chaot. Dyn. — 2001. — **7**, N 2. — P. 201–220.
19. *Lobas L.G.* On rolling system // Intern. Appl. Mech. — 2000. — **36**, N 5. — P. 691–696.
20. *Лебеза В.П.* О качении тяжелого шара в сферической выемке несущего тела, совершающего поступательные перемещения в пространстве // Прикл. механика. — 2002. — **38**, № 6. — С. 135–142.
21. *Лебеза В.П.* Динамика виброзащитных систем с роликовым гасителем низкочастотных колебаний // Пробл. прочности. — 2004. — № 2. — С. 106–118.
22. *Лебеза В.П.* Динамика виброзащитных систем с шаровым гасителем низкочастотных колебаний // Там же. — № 3. — С. 83–94.
23. *Патент України № 38977А, М. кл. E02D27/34.* Пристрій сейсмозахисту залізобетонних будівель і споруд / В.П. Лебеза. — Опубл. 15.05.2001. — Бюл. № 4.
24. *Динамический расчет сооружений на специальные воздействия: Справочник проектировщика /* Под ред. Б.Г. Коренева и И.М. Рабиновича. — М.: Стройиздат, 1981. — 216 с.
25. *Клаф Р., Пензиен Дж.* Динамика сооружений. — М.: Стройиздат, 1979. — 320 с.
26. *Магнус К.* Колебания. Введение в исследование колебательных систем. — М.: Мир, 1982. — 304 с.
27. *Цзе Ф.С., Морзе И.Е., Хинкл Р.Т.* Механические колебания. — М.: Машиностроение, 1966. — 508 с.
28. *Тимошенко С.П., Янг Д.Х., Уивер У.* Колебания в инженерном деле. — М.: Машиностроение, 1985. — 472 с.
29. *Ден Гартог Дж.П.* Механические колебания. — М.: Физматгиз, 1960. — 464 с.